

JOSÉ BERNABÉ MAESTRE

MAPAS DE PENDIENTE. METODOS Y APLICACION

(UN EJEMPLO DEL CAMPO DE ALICANTE)

MÉTODOS

Existen dos tipos fundamentales de mapas de pendiente:

- a) Los que empiezan por delimitar áreas homogéneas de formas variadas, bien sea estimativamente o por conocimiento del terreno.
- b) Los que dividen la superficie en una cuadrícula de áreas iguales para luego medir la pendiente dentro de cada cuadrado.

a) *Áreas homogéneas*

Este tipo tiene dos dificultades importantes

- 1) La delimitación de las áreas incluye un importante factor de subjetividad.
- 2) No se puede trabajar a simple vista con demasiados grupos de pendientes, o con pendientes que no difieran mucho en la separación de sus isohipsas.

Tiene, sin embargo, la ventaja de que respeta las formas de relieve y posibilita, por lo tanto, una interpretación más inmediata.

Puede seguirse el procedimiento de separar áreas geomórficas homogéneas (por ejemplo, el reverso de una cuesta) y luego medir la pendiente media dentro de cada una de las áreas así delimitadas. De este modo puede perderse el significado de la media cuando se incluyen elementos con fuertes diferencias de inclinación.

Otro procedimiento consiste en separar las áreas con pendiente real similar, utilizando un papel transparente con una escala gráfica de pendientes, espaciando unas líneas según los intervalos que se vayan a utilizar¹. Este fue el

¹ Un ejemplo de estas escalas, en MONKHOUSE-WILKINSON, *Mapas y Diagramas*, Barcelona, 1966, p. 150.

método utilizado por MILLER y SUMMERSON (1960), obteniendo mapas muy precisos y elegantes que permiten distinguir con toda facilidad los distintos elementos geomórficos, aunque, como indica BRUNET (1963), han utilizado pocos intervalos de pendiente. Este tipo de trabajo debe hacerse a escala 1/25.000 ó 1/50.000.

b) *Áreas iguales*

El segundo método puede ser útil cuando se trata de buscar valores medios de pendiente que tengan —desde un punto de vista matemático— un significado preciso, ya que se han eliminado en lo posible los elementos de subjetividad. Permite el cálculo de pendientes medias para áreas extensas y con importantes diferencias de unas zonas a otras, permitiendo además diferenciar tantas clases de pendientes como se quiera —dentro de algunos límites que luego veremos—. Sin embargo, el relieve se desdibuja, tanto más cuanto mayores sean las áreas tomadas, por lo que en este aspecto pierde utilidad respecto el anterior método.

La pendiente media se suele calcular, generalmente, a base de contar las intersecciones de las isohipsas con líneas rectas de longitud conocida; por ejemplo, los lados del cuadrado. Es interesante el método expuesto por BRUNET (1963), que consiste en contar los intervalos entre las curvas en lugar de las curvas mismas, sobre todo cuando se utilizan mapas de pequeña escala; sin embargo, incluye diversos elementos de subjetividad: orientación de la línea, interpretación de los intervalos, etc., pero el procedimiento es muy rápido y permite trabajar con escalas y cuadrados pequeños.

Aquí se presentan dos ejemplos realizados sobre el Plano Director del Mapa Topográfico Militar a escala 1/25.000: hojas 871, cuarto II, y 872, cuarto III (San Vicente del Raspeig y Alicante); los hemos preferido al mapa topográfico del Instituto Geográfico por tener una altimetría más segura y detallada. Uno de los ejemplos ha consistido en elaborar un mapa de áreas irregulares, pero utilizando más intervalos que MILLER; el otro ha delimitado áreas iguales, dentro de las cuales se ha contado el número de intersecciones de las curvas con una retícula y a continuación los resultados se han transcrito en forma de tangente del ángulo de pendiente por medio de la fórmula de C. R. Wentworth ².

EJEMPLO PRIMERO: MAPA CON ÁREAS IGUALES

Se ha dividido la superficie en cuadrados de un centímetro de lado y, dentro de cada cuadrado, se han contado las líneas para aplicar la fórmula de Wentworth.

² MILLER, A. AUSTIN, *La piel de la Tierra*, pp. 60 a 62. También en MONKHOUSE, *op. cit.*, p. 145.

1) *Selección del tamaño del cuadrado base.*—En primer lugar, debe observarse que está relacionado con los intervalos de pendiente que quieran tomarse. A escala 1/25.000, una pendiente de 1 % supone una distancia entre curvas de 22'8 mm. Evidentemente, dos curvas de nivel no pueden entrar en el mismo cuadrado si el lado es menor, y en este caso no se puede obtener ninguna estimación de la pendiente. Se observa además que puede existir un error de apreciación variable según el número de isohipsas que cortan la línea.

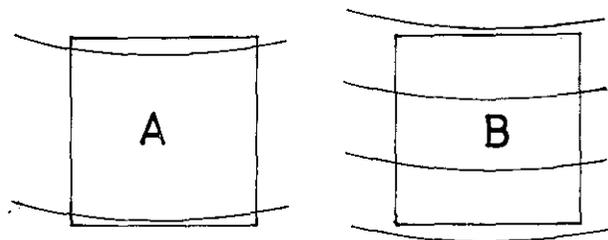


Figura 1

Empecemos por un caso sencillo: el cuadrado es atravesado por dos curvas. En la figura 1 vemos dos posibilidades: en la primera, el cuadrado es sólo algo mayor que un intervalo; en la segunda es algo menor que tres intervalos. Suponiendo un lado de 10 mm a escala 1/25.000, y con una equidistancia entre curvas de 10 m, obtendríamos los siguientes resultados:

- A) Distancia entre curvas de 10 mm, pendiente 4 % = tg 2'3°
 B) » » » » 3'3 » » 12 % = tg 6'8°

En el caso de siete intersecciones los valores serían:

- A) Distancia entre las curvas 1'66 mm, pendiente 24 % = tg 13'5°
 B) » » » » 1'25 » » 12 % = tg 18'3°

Puede verse que el error absoluto se mantiene constante, por lo que el relativo disminuye, siendo para el primer caso del 50 % y para el segundo del 14'3 % con respecto a la media.

Puede concluirse que, cuanto más necesaria sea la precisión para las pendientes pequeñas, mayor deberá ser el tamaño de los cuadrados. Si para un relieve complejo de fuertes pendientes se puede utilizar sin demasiado error cuadrados pequeños, cuando las pendientes son suaves y el paisaje simple, es preferible el cuadrado grande. Al mismo tiempo el sentido de pendiente media se pierde para relieves complejos cuando abarcan grandes extensiones, aunque esto último depende de la aplicación de los resultados.

En nuestro caso se utilizó un cuadrado de 10 mm, pensando en los relieves que aparecen bruscamente y ocupan un espacio reducido; pero esto excluyó la posibilidad de medir pendientes inferiores a 5° y aun éstas con un error

máximo probable del 50 %, pudiendo incluir en los casos extremos valores de 2'3° o de 6'8°.

2) *Retícula sobre la que se han de contar las intersecciones.*—WENTWORTH había utilizado una retícula de líneas de N-S y E-W y otra de NE-SW y SE-NW; hallaba con ella la densidad de intersecciones en las dos pasadas, y luego la media de ambas³. Nosotros hemos utilizado una zona de control con una cuadrícula densa y luego se han intentado algunas simplificaciones:

a) Se ha utilizado una cuadrícula densa formada por cinco líneas paralelas de N-S y cinco E-W, a 2'5 mm, lo que da una longitud global de 100 mm. Con el fin de que las líneas colocadas en el sentido diagonal tuvieran una longitud equivalente y, por lo tanto, la probabilidad de obtener resultados buenos fuera similar en las dos pasadas, se buscaron las líneas diagonales de tal modo que cumplieran esta condición y se halló que, siendo l' = longitud de una línea inclinada; n = número de líneas inclinadas; s = número de las líneas verticales; l = longitud de una línea vertical = longitud del lado; d = diagonal. Entonces

$$\sum_n^0 l' = (n + 1) l \operatorname{sen} 45^\circ \quad \text{y} \quad d = 2 l \operatorname{sen} 45^\circ$$

haciendo

$$\sum_n^0 l' = s l, \text{ entonces } n = \frac{s l}{l \operatorname{sen} 45^\circ} - 1$$

En nuestro problema se resolvió con $s = 5$, $l = 10$, y dio un valor de seis líneas inclinadas, o sea que el espacio entre línea y línea había de ser de 2'02 mm, puesto que la diagonal medía alrededor de 14 mm. Esto dio una longitud total de 49'497 mm, lo que suponía una diferencia con las líneas verticales de 0'503 mm, error prácticamente despreciable.

b) Una simplificación de este método se utilizó a continuación, sustituyendo la retícula citada por otra más sencilla de una separación cinco veces mayor en sentido N-S, otra E-W y las dos diagonales del cuadrado (cuyo valor se ha definido antes). Con esta retícula se cubrió la superficie de la figura 3.

c) Podía haberse simplificado aún más utilizando solamente las diagonales o solamente las líneas verticales.

3) *Método de recuento de las isohipsas.*—Cada retícula se superpuso a todo el mapa y se contaron las intersecciones de las isohipsas con las líneas. En el caso de que las curvas de nivel tocasen la línea sin atravesarla, se contó como una intersección, salvo en el caso de líneas divagantes. El contar todas las intersecciones es una simplificación que puede ser grosera (BRUNET, 1963). Cuando se trata del paso de una isohípsa a otra no existen dudas: cuantos más cruces, más pendiente; pero en el caso de que se trate del paso reiterado de la

³ MONKHOUSE, *op. cit.*, p. 145.

misma isohipsa, la interpretación es más difícil: en una montaña, pendiente y densidad de líneas estarían directamente relacionadas; pero en una llanura, cuando las isohipsas divagan, la interpretación se complica y, probablemente, haya que inclinarse a suponer que no hay correlación (BRUNET, 1963, p. 329).

4) *La fórmula de Wentworth.*—Se trata de una formulación capaz de obtener la tangente del ángulo de pendiente a partir de las líneas que cortan una retícula:

$$\text{Tg. del ángulo de pte.} = \frac{\text{intersec. de líneas por Km} \cdot \text{equidistancia en m}}{1.000 \cdot 0'63666}$$

En la que 0'6366 es una constante que representa la media del seno de todos los ángulos posibles que pueden formar las isohipsas con la retícula en el plano horizontal, o sea:

$$0'6366 = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^0 \text{sen } \theta \, d\theta$$

A partir de las intersecciones contadas debe hallarse la media de intersecciones de curvas por kilómetro —o por cualquier otra unidad de longitud teniendo la precaución de transformar la fórmula—. En nuestro caso, en lugar de obtener las medias por kilómetro se obtuvieron por centímetro del plano (o sea 250 m), puesto que así se abreviaban los cálculos. Por otra parte, como la longitud de las líneas verticales y horizontales era sensiblemente igual a la de las inclinadas, se sumaron todas y se dividieron por 20 cm, que era la longitud total aproximada. Esto implicaba que (llamando I a las intersecciones en 250 m) la fórmula había de ser:

$$I \left[\frac{10}{250 \cdot 0'6366} \right] = \text{tg } \alpha$$

teniendo en cuenta que la equidistancia entre curvas es de 10 m. Puesto que la operación incluida entre corchetes es una constante (que llamaremos K en adelante), podía resolverse el problema de un modo muy sencillo: elaborar el mapa directamente sin necesidad de convertir las intersecciones en tangentes.

Cada uno de estos valores de intersecciones se colocaron en el centro de un cuadrado de un centímetro de lado en un papel milimetrado (puesto que así se simplificaban las operaciones de medida para trazar las isoaritmias). Se buscaron a continuación unos intervalos de pendiente adecuados, que fueron los de la tabla de la página siguiente.

5) *Cartografía: Isoaritmias.*—Entonces se trazaron isoaritmias para cada uno de los valores críticos hallados. El trazado se ha realizado utilizando segmentos proporcionales solamente a lo largo de las líneas de un cuadrado: o sea, de N-S y de E-W. Evidentemente se podían haber seguido métodos más com-

Intervalos	Puntos críticos en tg α	Número de intersecciones por 250 m a escala 1/25.000 (*)
Menos de 5°	0'0714	1'11
De 5° a 9°	0'1670	2'68
De 10° a 14°	0'2585	4'11
De 15° a 19°	0'3540	5'64
De 20° a 24°	0'4563	7'25
Más de 24°		

(*) Obtenidos mediante la fórmula de Wentworth.

plejos, por medio de triángulos ⁴, pero hubieran resultado mucho más laboriosos.

El método ha consistido en hallar un punto intermedio (i_0) entre dos dados (supongamos i_1 e i_2), de modo que las distancias entre los tres sean proporcionales a las diferencias de valores entre ellos. Como la distancia entre dos puntos

consecutivos es de 10 mm, podemos calcular, recordando que $\frac{i_1}{K} = \text{tg del ángulo de pendiente}$:

$$\text{distancia } i_1 \text{ a } i_0 = \frac{10}{\frac{i_2}{K} - \frac{i_1}{K}} \left(\frac{i_1}{K} - \frac{i_0}{K} \right)$$

de donde se desprende la distancia pedida: $10 \frac{i_1 - i_0}{i_2 - i_1}$

Basándonos en esta formulación hemos construido un ábaco de soluciones que puede facilitar el trabajo. Se trata de un gráfico en coordenadas logarítmicas (véase fig. 4), unidas por líneas de igual proporción. En la ordenada se busca la diferencia ($i_2 - i_1$) y a continuación se mide en la abscisa el valor ($i_0 - i_1$); la línea inclinada indicará entonces la proporción que un valor supone sobre el otro; la misma proporción en el segmento superior indica la distancia en milímetros que habrá que contarse: véase en la figura 4 el siguiente ejemplo resuelto: $i_2 = 4'6$; $i_1 = 3'8$; $i_0 = 4'1$.

⁴ OLE HEBIN, «Computer drawn isarithmic maps», *Geografisk Tidsskrift*, København, junio 1969.

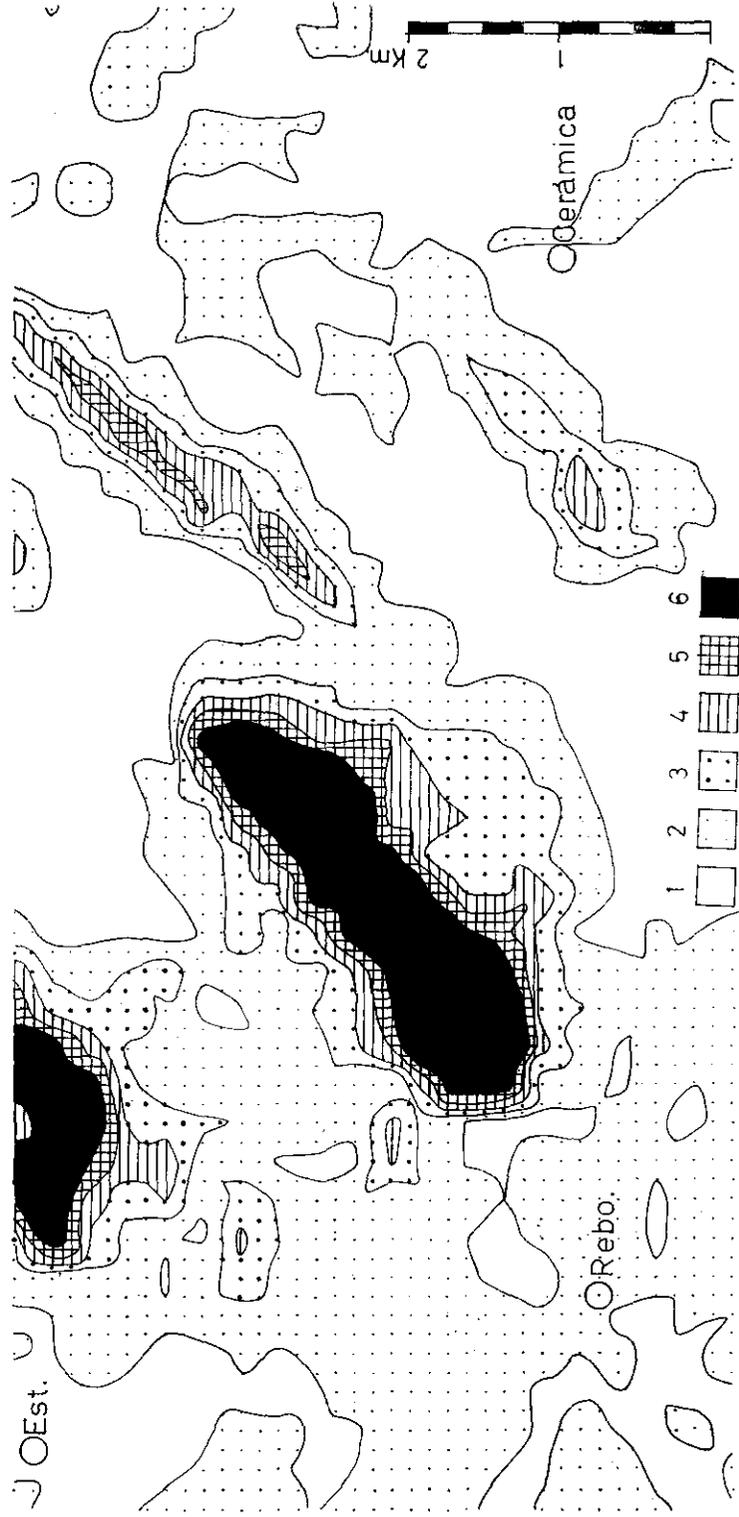


Figura 2.—1, menos de 5°; 2, de 5° a 9°; 3, de 10° a 14°; 4, de 15° a 19°; 5, de 20° a 24°; 6, más de 24°.

Esta forma de obtener las isoaritmas puede conducir a diferencias importantes: reducción de la extensión que corresponde a una pendiente si se encuentra aislada y rodeada de otras mucho mayores o menores; dificultades de interpretación cuando el relieve sigue una orientación diagonal con respecto al cuadrículado de las áreas, como en el caso de nuestro ejemplo ⁵. De este modo

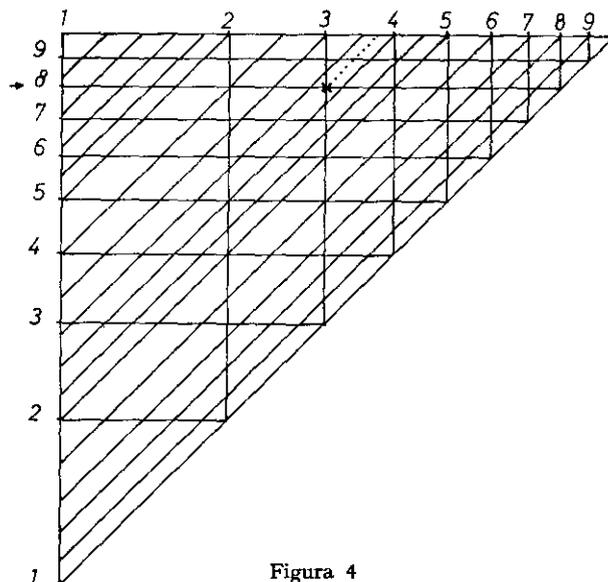


Figura 4

se han obtenido los mapas de las figuras 1 y 2; el 1 con la cuadrícula densa explicada en el apartado a) y el 2 con la del apartado b).

6) *Verificación de los mapas.*—Para verificar la validez de cada uno de los métodos utilizados se ha procedido a obtener el error *standard* de la estimación, con respecto a los valores de la retícula densa que se han supuesto exactos, del siguiente modo: llamando Y al valor exacto y Y_e al estimado y N al número de estimaciones:

$$\sigma_{y_s} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y_e)^2}{N}}$$

Para el cálculo se ha utilizado una muestra de 288 cuadrados, con los siguientes resultados (llamando Y_4 a la estimación del apartado b, $Y_{2,8}$ a la de las diagonales y Y_2 la obtenida con una línea vertical y una horizontal):

⁵ En los casos de duda se ha seguido la tendencia general de las curvas. Se puede utilizar la solución del profesor J. Ross Mackay: tomar como valor para el centro del cuadrado la media de los valores de los vértices. R. CUENIN, *Cartografía Générale*, tomo I: *Notions générales et principes d'elaborations*, pp. 294 a 298.

Para Y_4 , $\sigma y_s = 0'353$

Para $Y_{2'8}$, $\sigma y_s = 0'590$

Para Y_2 , $\sigma y_s = 0'643$

Esto supone que, para la estimación Y_4 , aproximadamente los 2/3 de los valores tienen una diferencia, con respecto a los exactos, igual o menor de 0'353 intersecciones. La misma interpretación debe hacerse para los otros dos. Evidentemente la mejor estimación es Y_4 y la diferencia entre $Y_{2'8}$ e Y_2 es pequeña, por lo que puede deducirse que la estimación mejora mucho si se dan las dos pasadas; con todo, la $Y_{2'8}$ es más aproximada que la Y_2 , puesto que la retícula es más densa.

Se han obtenido además los valores de los errores para cada cuadrado de 4 cm de lado, y se exponen a continuación:

Angulo de pendiente	σy_{s1}	σy_{s2}	σy_{s3}	χ^2 entre los valores Y e $Y_{2'8}$
4'00°	0'34	0'27	0'59	1'11
6'45°	0'34	0'42	0'45	3'26
8'51°	0'30	0'39	0'51	1'58
6'50°	0'38	0'38	0'42	2'13
14'50°	0'30	0'49	0'49	0'64
10'45°	0'38	0'33	0'64	10'00
9'20°	0'49	0'69	0'57	2'38
4'86°	0'25	0'37	0'51	2'11
5'11°	0'29	0'32	0'44	1'65
7'40°	0'42	0'67	0'50	1'25
22'70°	0'32	1'22	1'15	2'57
26'45°	0'54	1'30	1'00	3'55
21'55°	0'39	0'74	0'83	1'37
8'10°	0'34	0'40	0'52	1'83
4'60°	0'23	0'25	0'32	1'07
4'57°	0'20	0'30	0'36	1'49
3'96	0'28	0'47	0'44	2'59
10'50	0'28	0'40	0'55	0'51

Los valores críticos para χ^2 son: $\chi^2_{95} = 25'0$ y $\chi^2_{0'05} = 7'26$.

Con el fin de comprobar si existían errores que no fueran aleatorios en el caso de utilizar una sola pasada, se ha realizado la prueba de χ^2 para $Y_{2'8}$ en cada cuadrado de 4 cm de lado, habiéndose obtenido los resultados que acabamos de exponer. La observación de los valores críticos nos permite indicar que puede tenerse la máxima confianza en que la eliminación de una de las dos retículas de la pasada sólo produce desviaciones aleatorias, aunque los va-

lores de σy_s han indicado ya que la mejora de información que se consigue al dar las dos pasadas es muy grande.

En los mapas de las figuras 2 y 3 tenemos los resultados de este trabajo: puede verse el violento resalte de los inselberg sobre las superficies —Fontcalent, Serreta Llarga, etc.—. Hacia el W la superficie se encuentra algo abarrancada, como delatan las pendientes algo mayores. Al pie de Fontcalent se puede ver un retazo de una superficie de erosión o glacis a un nivel superior y fuertemente abarrancada. Pueden observarse zonas de pendiente algo pronunciada hacia el N y W de Alicante, sin que se pueda apreciar claramente su naturaleza. El mapa de la figura 3 permite ver estos rasgos con mucho mayor detalle y reconocer las superficies en cuevas con ramblas encajadas que en los otros habían quedado ocultas.

En estas condiciones, en cuanto a la delimitación de las formas, es evidente que la utilización de cuadrados mayores hubiera permitido mayor precisión en los valores de pendiente, e incluso distinguir clases menores de 5, sin empeorar demasiado la delimitación de las áreas. Los cuadrados de 4 cm sobre el 1/25.000 quizá dieran buen resultado, proporcionando valores con error inferior al 10 % —que sería prácticamente despreciable— y no perdiendo demasiada información sobre el relieve —por lo menos mucha más de la que se pierde así—. Por otra parte, sería más rápido de elaborar.

En este último caso la separación de la retícula que hemos propuesto de 0'7 para $Y_{2,8}$ y de un centímetro para Y_2 , dan estimaciones bastante aceptables las dos, pero quizá se mejorasen utilizando una retícula más ancha y con doble pasada, siempre que no lo fuera tanto que pudiera filtrar rasgos importantes del relieve.

EJEMPLO SEGUNDO: MAPAS CON ÁREAS IRREGULARES

Como mapa complementario se ha elaborado el de la figura 5. Se ha hecho conformando áreas de pendiente similar, por medición directa con una trama transparente (método de Miller). Existe, evidentemente, un grado importante de subjetividad al delimitar las áreas.

Preparación de la trama: Se ha utilizado un papel transparente con líneas separadas según los valores críticos expuestos en la tabla de la página siguiente.

La diferencia de separación de 1'55 a 1'13 mm era difícil de distinguir y, por lo tanto, se optó por agrupar dos intervalos, incluyendo todas las pendientes de 15° a 24°. Además, en este método es posible medir pendientes inferiores a 5°, por lo que se decidió crear un nuevo intervalo de 0° a 1°, que en el mapa queda delimitado por la línea de trazos.

Se procedió a la delimitación de las áreas con el máximo cuidado posible, midiendo las distancias entre las isohipsas de una en una, con el fin de eliminar en lo posible el factor subjetivo. El trabajo fue laborioso y, probablemente, no compensa con los resultados. Es evidente que permite una mayor precisión

Intervalos	Valores críticos de tg α	Distancia entre curvas (1/25.000, equidist. 10 m)
Hasta 1°		
.	0'017	22'8 mm
De 2° a 4°		
.	0'07	5'7 »
De 5° a 9°		
.	0'167	2'4 »
De 10° a 14°		
.	0'258	1'55 »
De 15° a 19°		
.	0'354	1'55 »
De 20° a 24°		
.	0'456	0'88 »
Más de 24°		

en los rasgos del relieve, delimitándolos mucho mejor, pero en ocasiones hubiera sido mejor simplificar, aun a riesgo de perder objetividad, obteniendo medias entre varias curvas.

El mapa puede ser útil en los casos en que interese un dibujo lo más fiel posible del relieve, y no lo será cuando interesen valores seguros. En todo caso una mayor simplificación —aun a riesgo de añadir más subjetividad— mejoraría el aspecto del mapa y seguramente aceleraría mucho su elaboración.

BIBLIOGRAFIA

- MILLER, O. M., y SUMMERSON, C. H., «Slope-Zone Maps», *Geographical Review*, vol. 50, Nueva York, 1960, pp. 194-202.
- BRUNET, ROGER, *Le croquis de Géographie régionale et économique*, París, 1962, 249 pp.
- BRUNET, ROGER, «Les cartes des pentes», *Revue Géographique des Pyrénées et du Sud-Ouest*, t. XXXIV, 1963, pp. 317-334.
- STOCKING, M. A., «Relief analysis and soil erosion in Rhodesia using multivariate techniques», *Annals of Geomorphology*, Berlín, 1972, t. 16, pp. 432-443.
- MONKHOUSE, F. J., y WILKINSON, H. R., *Mapas y Diagramas. Técnicas de elaboración y trazado*, Barcelona, 1966, 533 pp.
- MILLER, A. AUSTIN, *La piel de la Tierra*, Madrid, 1970, 249 pp.

